

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭМДЕНА-ФАУЛЕРА

Коротких О.Н.

Самарский государственный университет

Уравнением Эмдена-Фаулера (УЭФ) называется нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение 2-го порядка

$$y'' + \frac{a}{x}y' + bx^{m-1}y^n = 0.$$

Оно имеет ряд физических приложений, например, применяется в атомной физике, в астрофизике и т. д. С математической точки зрения оно также интересно – представляет собой нелинейное уравнение с решениями, поведение которых можно определить с удивительной точностью, несмотря на то, что их, вообще говоря, нельзя получить в явном виде [1]. Вопрос о точных решениях УЭФ, его групповых свойствах, а также о приведении к автономному виду исследован в [2].

В данной работе рассмотрены следующие задачи с краевыми и начальными условиями.

1⁰. Уравнение Томаса-Ферми $x^{1/2}y'' = y^{3/2}$ с условиями $y(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$;

2⁰. $y'' + \frac{N-1}{x}y' + |y|^{p-2}y = 0$, $y(1) = 0$, $|y(0)| < \infty$, $1 \leq p < \frac{2N-2}{N-2}$;

3⁰. $y'' + \frac{3}{x}y' + y^3 = 0$, $y(1) = 0$, $|y(0)| < \infty$;

4⁰. $y'' + \frac{N-1}{x}y' + |y|^{(p-2)}y = 0$, $0 < x < 1$, $y(0) = 1$, $|y(1)| < \infty$, $p > 2$.

5⁰. Уравнение Лейна-Эмдена $y'' + \frac{2}{x}y' + y^n = 0$ с условиями $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;

6⁰. $y'' + \frac{N-1}{x}y' + |y|^{(p-2)}y = 0$, $y(0) = a > 0$, $y'(0) = 0$, $p > 2$;

7⁰. $y'' + \frac{n-1}{x}y' = \frac{n+1}{n(n-1)}y^3$, $y(0) = a > 0$, $y'(0) = 0$.

Используя метод Рунге-Кутты и метод конечных разностей, реализованные на языке Turbo Pascal 5.0, а также пакет МАТЕМАТИКА, удалось получить решение указанных задач.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, код проекта 96-01-01997.

Литература

1. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения, Т.2. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1954. – 415 с.
2. Беркович Л.М. Уравнение Эмдена-Фаулера и его обобщения: групповой анализ и точные решения//Материалы международной конференции и Чебышевских чтений, посвященных 175-летию со дня рождения П.Л. Чебышева. – М.: МГУ, 1996. – Т. 1. – С. 57-62.

О МЕТОДЕ ЭППЛЕРА
ПОСТРОЕНИЯ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ

Лазарев Д.Ф.

НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарёва
Казанского государственного университета

В работе проанализирован метод Эпплера [1] решения обратных краевых задач аэрогидродинамики, составлена соответствующая программа построения крыловых профилей, выполнена серия числовых расчетов и проведено сравнение результатов с точными аналитическими решениями.

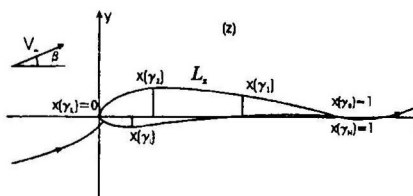


Рис. 1

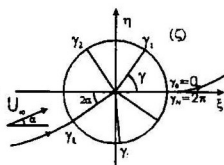


Рис. 2

Отличие метода Эпплера от ряда других (см., например, [2]) состоит в том, что искомый контур профиля разбивается на N частей (см. рис. 1, 2). Для каждого участка, кроме первого и последнего, выбирается такой угол атаки, при котором скорость можно считать постоянной, т. е. фактически распределение скоростей задается "полочным". На первом